

Фрактальна структура комбінаторних часових послідовностей

Н.К. Тимофієва
 МННЦ ІТiС НАНУ та МОН України
 Київ, Україна
 tymnad@gmail.com

Анотація—Природні сигнали (мовленнєві, електрокардіограми, електроенцефалограми) описуються часовими послідовностями та мають комбінаторну природу. Вони являють собою комбінаторну конфігурацію – розміщення з повтореннями. Оскільки комбінаторні множини мають фрактальну структуру, то відповідно і природним сигналам, які утворюються за правилами комбінаторних множин, також характерна фрактальна структура. Показано, що фрактальною розмірністю комбінаторних множин є формула, яка задає кількість комбінаторних конфігурацій у їхніх множинах.

Ключові слова—фрактали, самоподібність, фрактальна розмірність комбінаторних множин, комбінаторна конфігурація, розміщення з повтореннями, комбінаторна множина.

ВСТУП

Розглядаються природні сигнали, які задаються часовими послідовностями. Для них виконуються аксіоми знакових комбінаторних просторів, тому вони описуються цими просторами (мовленневими, просторами електрокардіограм, енцефалограм). Відповідно, їхньою точкою є така комбінаторна конфігурація як розміщення з повтореннями. Аналіз оговорених просторів показує, що останні мають фрактальну структуру [1].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

В літературі описано різні явища, пов'язані з часовими рядами, якими передаються природні сигнали і які мають фрактальну структуру. Але вивчення фрактальної структури цих рядів як комбінаторних в літературі не наведено. В статті пропонується погляд на фрактальну структуру природних сигналів з використанням знакових комбінаторних просторів.

Підхід, що пропонується

Для розв'язання поставленої задачі використовуються знакові комбінаторні простори, які мають фрактальну структуру. Показано, що природні сигнали (мовленнєві, електрокардіограми) задаються знаковими просторами, точками яких є комбінаторні конфігурації. Для цих просторів виконуються аксіоми знакових комбінаторних, тому вони мають комбінаторну природу, відповідно і фрактальну структуру.

КОМБІНАТОРНІ КОНФІГУРАЦІЇ

Оскільки точками знакових комбінаторних просторів є комбінаторні конфігурації певного типу, розглянемо, як вони утворюються та за якими правилами впорядковуються.

Комбінаторною конфігурацією назвемо будь-яку сукупність елементів, яка утворюється з усіх або з деяких елементів базової множини $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ [2]. Позначимо її впорядкованою множиною $w^k = (w_1^k, \dots, w_n^k)$. Під символом $w_j^k \in A$ розуміємо як окремі елементи, так і підмножини (блоки), $\eta \in \{1, \dots, n\}$ – кількість елементів у w^k , $W = \{w^k\}_1^q$ – множина комбінаторних конфігурацій. Верхній індекс k ($k \in \{1, \dots, q\}$) у w^k позначає порядковий номер w^k у W , q – кількість w^k у W , точками яких є комбінаторні конфігурації.

Комбінаторні конфігурації будь-якого типу формуються з елементів базової множини характерною для кожного з них операцією. Одні з цих операцій змінюють порядок розміщення в них елементів, інші змінюють їхній склад. Рекурентним комбінаторним оператором назвемо сукупність правил, за допомогою яких з елементів базової множини A утворюється комбінаторна конфігурація w^k . Різноманітні типи комбінаторних конфігурацій утворюються за допомогою трьох рекурентних комбінаторних операторів: вибирання, транспозиція, арифметичний. У природі існує скінченне число множин комбінаторних конфігурацій одного і того ж типу, кожна з яких може бути впорядкована різними способами. Як показує аналіз цих множин, вони можуть упорядковуватися одними і тими самими процедурами, тобто існують закономірності їхнього генерування. У множині комбінаторних конфігурацій виділимо найменшу підмножину, комбінаторні конфігурації в якій утворюються за одним і тим же правилом. Наприклад, у множині перестановок наступна перестановка може формуватися з попередньої однією транспозицією двох сусідніх (першого і другого, або другого і третього) елементів. Назвемо цю підмножину інтервалом нульового рангу. Певна кількість інтервалів нульового рангу утворює інтервал першого рангу, останні утворюють інтервал другого рангу і т. д. З інтервалів $\sigma - 1$ -го рангу утворюється інтервал σ -го рангу. Відповідно інтервали біль-

шого рангу містять подібні інтервали меншого рангу.

Таким чином, впорядкуванню комбінаторних множин властива періодичність, яка впливає з рекурентного способу утворення комбінаторних конфігурацій та полягає в тому, що ці множини впорядковані інтервалами, в кожному з яких комбінаторні конфігурації утворюються за одними і тими самими правилами. Для цього необхідно сформулювати: а) інтервал нульового рангу; б) обмежувальну комбінаторну конфігурацію (перша в інтервалі нульового рангу); в) інтервал σ -го рангу. Описані правила розробляються для певної множини. Для різних типів комбінаторних конфігурацій і для різних впорядкувань ці правила суттєво відрізняються. Але в них спільним є те, що отримана комбінаторна множина містить в собі подібні підмножини.

ФРАКТАЛЬНІ ВЛАСТИВОСТІ ЧАСОВИХ РЯДІВ, ЯКИМИ ОПИСУЮТЬСЯ ПРИРОДНІ СИГНАЛИ

Певне впорядкування комбінаторних конфігурацій з використанням властивості періодичності утворює комбінаторну множину, яка має фрактальну природу. Вважаємо, що комбінаторні множини самоподібні, якщо їхні елементи утворюються одним і тим же рекурентним комбінаторним оператором, а їхнє впорядкування проводиться за одними і тими ж правилами. Тобто, структура комбінаторної множини – фрактальна, якщо вона утворюється за рекурентними правилами і в результаті отримуємо множини, які можна подати геометричними формами, найбільша з яких містить в собі зменшені їхні копії. Причому, таких однакових копій у комбінаторній множині може бути багато. В задачах розпізнавання мовленнєвих сигналів, електрокардіограм, електроенцефалограм тощо вхідними даними є саме ці сигнали. Для визначення їхньої комбінаторної природи опишемо їх знаковим комбінаторним простором, який існує в двох станах; спокої (згорнутому), який задається знаком, та динаміці (розгорнутому) [3], який розгортається із згорнутого за певними правилами. Мовленнєвий сигнал під дією певних чинників утворюється різноманітними комбінаціями активних і пасивних органів творення мови. Тому сукупність цих сигналів опишемо як знаковий комбінаторний простір. Під згорнутим мовленнєвим простором розуміємо інформаційний знак $R = \langle A, T, P, \Xi \rangle$, де A – базова множина, елементам a_l якої відповідають органи мовленнєвого тракту, P – система правил, за допомогою яких комбінацією $a_l \in A$ розгортається природний мовленнєвий простір, T – розміщення з повтореннями, Ξ – правила згортання мовленнєвого простору завдяки слуховому апарату, $l \in \{1, \dots, n\}$. Частково розгорнутим мовленнєвим простором назовемо інформаційний знак, елементи базової множини якого відповідають звукам, утворених з елементів a_l

базової множини A згорнутого простору, і системі правил, за допомогою яких комбінацією точок цього простору утворюється розгорнутий мовленнєвий простір. Точкою мовленнєвого простору є вибірка – розміщення з повтореннями з n елементів $a_l \in A$ по η , в якій ураховується порядок елементів. Мовленнєві сигнали, що відповідають одному і тому ж слову, але вимовлені різними дикторами, відрізняються як частотою так і величиною амплітуди. Отримані розміщення з повтореннями для різних сигналів одного слова містять різну кількість елементів та визначають нечіткість вхідної інформації. Ця комбінаторна конфігурація одночасно є скінченною та нескінченною і характеризується самоподібністю, що властиво фракталам. Процес розгортання сигналу, що характерний для роботи серця (мозку), також описується з використанням знакових комбінаторних просторів. Точкою цих просторів є розміщення з повтореннями. В комбінаторній множині, яка впорядкована за строгими правилами, виділимо інтервали нульового, 1-го, σ -го рангів. Інтервал σ -го рангу складається з інтервалів $\sigma - 1$ -го рангу, а інтервал 1-го рангу – з інтервалів нульового рангу. Нескладно, знаючи правила їхнього впорядкування, визначати кількість комбінаторних конфігурацій у їхній множині [2]. За певними правилами, які різні для різних типів комбінаторних конфігурацій, утворюємо скінченну послідовність, кожне значення якої задає кількість w в інтервалах σ -го рангу. Формула комбінаторного числа, яка задає кількість w у множині W описується σ -значною сумою, з якої видно, що комбінаторна множина має фрактальну структуру. Вважаємо, що для множини W фрактальною розмірністю є кількість в ній комбінаторних конфігурацій.

ВИСНОВКИ

Отже, природний сигнал задається комбінаторною конфігурацією – розміщенням з повтореннями. Вона є упорядкованою послідовністю чисел, кожне з яких відповідає відліку (моменту) часу. Тобто, вони мають природний часовий порядок і є часовим рядом, оскільки вони змінюються в часі. Множина розміщень з повтореннями одночасно – скінченна та нескінченна, утворюється за одними і тими ж правилами, що характеризує самоподібність. Ці ознаки властиві фракталам. Виходячи з цього, можна сказати, що природні сигнали мають фрактальну структуру.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] Тимофієва Н.К. Про фрактальну природу комбінаторних множин та знаходження формул комбінаторних чисел / Н.К. Тимофієва // Кибернетика и системный анализ.– 2020. – № 1.– С. 129–137.
- [2] Тимофієва Н.К. Теоретико-числові методи розв'язання задач комбінаторної оптимізації. Автореф. дис. докт. техн. наук. – Київ. – 2007.
- [3] Тимофієва Н.К. Знакові комбінаторні простори та штучний інтелект / Н.К. Тимофієва // Штучний інтелект.– 2015. – № 1-2 (67-68). – С.180–189.