

# Математичне моделювання процесу деформування та напруженого стану трубопроводів

Фешанич Л.І., Олійник А.П.

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

м. Івано-Франківськ, Україна

lidia.feshanych@gmail.com

andrioliiny@gmail.com

**Анотація**—Розглядається актуальне питання математичного моделювання процесу деформування трубопроводів, по яких здійснюється транспортування газорідних сумішей з агресивними компонентами. Реалізовано математичну модель процесу обтікання деформованих перерізів трубопроводу з метою оцінювання залежності аеродинамічних характеристик перерізів від їх просторової конфігурації.

**Ключові слова**—математичне моделювання, трубопровід, деформація перерізів, напружений стан, аеродинамічні характеристики.

## Вступ

Аналізування та дослідження технічного стану трубопроводів, по яких транспортуються газорідні суміші з агресивними компонентами є однією з важливих науково-технічних проблем, вирішення якої дозволить виявляти потенційно небезпечні ділянки. Вивчення напружено-деформованого стану дає змогу ідентифікувати ті зони, в яких можливим є втрата суцільності матеріалу трубопроводу, і, як наслідок, викиди хімічно-агресивних речовин, що транспортуються. При цьому потрібно враховувати комплекс факторів силового впливу, що діють на трубопровід.

## АНАЛІЗ ЛІТЕРАТУРИ

Дослідженням даної проблеми займалися багато вчених [1-3], однак в їх роботах не розглядається особливості продукту, що транспортується. При вивченні технічного стану трубопроводів, по яких транспортуються газорідні суміші з агресивними компонентами варто враховувати реальну просторову конфігурацію реальних трубопроводних систем як в надземному [3], так і в підземному положенні [4], причому для надземних ділянок можна використовувати як інтегральний підхід до оцінювання напруженого стану, так і вивчати окремі види силових впливів більш детально.

## ОСНОВНИЙ РОЗДІЛ

На основі відомого підходу [3] записується радіус-вектор довільної точки трубопроводу:

$$\vec{r}(s, \phi, r, t) = \vec{r}_1(s, \phi, r, t) + \rho(s, \phi, r, t) \times (\cos \omega(s, \phi, r, t) \vec{b}_1 + \sin \omega(s, \phi, r, t) \vec{n}_1 + \psi(s, \phi, r, t) \vec{t}_1 - \frac{D}{2} \vec{n}_1), \quad (1)$$

де  $s, \phi, r$  – компоненти пов'язаної з трубопроводом криволінійної квазіциліндричної системи координат, зокрема,  $s$  – координати вздовж вісі,  $0 \leq s \leq L$ ,  $L$  – довжина досліджуваного фрагменту,  $\phi$  – полярний кут,  $0 \leq \phi \leq 2\pi$ ,  $r$  – полярний радіус даного перерізу  $R \leq r \leq R$ , вектори  $\vec{r}_1, \vec{b}_1, \vec{n}_1, \vec{t}_1$  – відповідно радіус-вектор точки на поверхні твірної трубопроводу,  $\vec{b}_1$  – вектор бінормалі до цієї лінії,  $\vec{n}_1$  – вектор нормалі до неї,  $\vec{t}_1$  – вектор дотичний до верхньої твірної [5], функція  $\rho(s, \phi, r, t)$  характеризує деформацію перерізів в радіальному напрямку, з її допомогою моделюється зміна форми перерізу (еліптичність, грушевидність тощо),  $\omega(s, \phi, r, t)$  – поворот перерізів по напрямку полярного кута (кручення перерізів),  $\psi(s, \phi, r, t)$  – повздовжні деформації перерізів (в прийнятій в багатьох монографіях [6,7] гіпотезі про плоскі перерізи  $\psi(s, \phi, r, t) \equiv 0$ ). При відокремленні  $\vec{r}_1$  за відомими переміщеннями точок поверхні використовується апарат сплайн – функцій із згладжуванням третього степеня [8,9], згладжування проводиться з урахуванням точності вимірювання координат точок поверхні за відомими методиками [8]. Після побудови радіус-вектора (1) здійснюється розрахунок компонентів тензорів деформації та напружень [6] з використанням метричного тензора відповідної системи координат  $s, \phi, r$ ,  $x_1 = s$ ;  $x_2 = \phi$ ;  $x_3 = r$ :

$$g_{ij} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x_i} \frac{\partial \vec{r}}{\partial x_j}. \quad (2)$$

Визначені компоненти тензорів деформації та напружень дозволяють виділити зони трубопроводу, які зазнають максимальних змін в напруженому стані, причому дослідження проводиться для надземних та підземних ділянок трубопроводів, причому оцінка компонентів тензора напружень  $\delta_{ij}$  для підземних ділянок є особливо важливою, оскільки трубопроводи, по яких транспортуються газорідні суміші з агресивними компонентами, як правило розташовуються на більшій глибині, ніж звичайні магістральні трубопроводи, а тому на них діє більше ґрунтове навантаження. Для надземних ділянок важливим фактором силового впливу є дія вітрових навантажень. Для оцінки аеродинамічних впливів використовується підхід, що базується на використанні розв'язку інтегрального рівняння Фредгольма другого роду відносно дотичної до поверхні перерізу трубопроводу компоненти

швидкості вітрового потоку [10]  $V_\theta$ :

$$V_\theta(\theta_0) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} V_\theta(\theta) K(\theta, \theta_0) d\theta + \frac{\partial \varphi}{\partial \theta}(\theta_0), \quad (3)$$

$V_\theta = \frac{\partial \varphi}{\partial \theta}$ ,  $\varphi$  – потенціал потоку [6],  $K(\theta, \theta_0)$  – ядро інтегрального оператора:

$$K(\theta, \theta_0) = \frac{(y(\theta) - y(\theta_0))x'(\theta_0) - [x(\theta) - x(\theta_0)]y'(\theta_0)}{[x(\theta) - x(\theta_0)]^2 + [y(\theta) - y(\theta_0)]^2}, \quad (4)$$

де  $x(\theta)$ ,  $y(\theta)$ ,  $x(\theta_0)$ ,  $y(\theta_0)$  – координати точок перерізу в контрольній  $\theta_0$  та в кожній з точок  $\theta$  на поверхні профілю (рис.1).

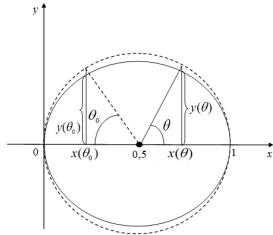


Рис. 1. Геометрія профілю трубопроводу з певною еліптичністю

Очевидно, вимагає особливого дослідження випадок  $\theta = \theta_0$  – в такому випадку до (4) застосовується правило Лопітала, після чого

$$K(\theta, \theta_0) = \frac{1}{2} \frac{y(\theta_0)''x'(\theta_0) - x''(\theta_0)y'(\theta_0)}{x'(\theta_0)^2 + y'(\theta_0)^2}. \quad (5)$$

Величина  $\frac{\partial \varphi}{\partial \theta}(\theta_0)$  визначається за формулою:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = V_\infty (x(\theta_0) \cos \alpha + y(\theta_0) \sin \alpha), \quad (6)$$

де  $V_\infty$  – швидкість незбуреного потоку на достатній відстані від досліджуваного перерізу;  $\alpha$  – кут атаки профілю – кут між напрямком вітрового потоку та горизонтальною лінією перпендикулярною до осі трубопроводу. Розв'язок рівняння (3) проводиться в допущенні про виконання постулату Чаплигіна-Жуковського про скінченне значення швидкості на лінії сходу потоку з профілю з використанням чисельних методів [9] шляхом переходу від інтегрального рівняння (3) до системи лінійних алгебраїчних рівнянь відносно  $U_\theta(\theta_i)$   $i = 1, \dots, N$ . При цьому приймається, що  $V_\infty = 1$  – тобто всі швидкості масштабуються по швидкості потоку, що набігає. Визначення розподілу компонент  $V_\theta(\theta)$  є достатнім для оцінки всіх аеродинамічних характеристик профілю, оскільки ортогональна до  $V_\theta$  компонента швидкості  $V$  дорівнює нулю через умову непротікання рідини або газу через поверхню профілю трубопроводу. Після знаходження  $V_\theta(\theta)$  обчислюється фізична компонента швидкості:

$$U_\theta = \frac{V_\theta(\theta)}{\sqrt{x'(\theta_0)^2 + y'(\theta_0)^2}}, \quad (7)$$

після чого встановлюються наступні аеродинамічні характеристики профілю:

- коефіцієнт тиску:

$$C_p(\theta) = 1 - U_\theta^2; \quad (8)$$

- коефіцієнт підйимальної сили:

$$C_y = \int_0^{2\pi} C_p(\theta) x'(\theta) d\theta; \quad (9)$$

- коефіцієнт індуктивного опору:

$$C_x = \int_0^{2\pi} C_p(\theta) y(\theta) d\theta; \quad (10)$$

- коефіцієнт моменту відносно передньої кромки профілю (точки розгалуження потоку):

$$C_m = \int_0^{2\pi} C_p(\theta) x(\theta) x'(\theta) d\theta + \int_0^{2\pi} C_p(\theta) y(\theta) y'(\theta) d\theta. \quad (11)$$

Напрямок подальших досліджень може бути моделювання течії в трубопроводі, що транспортує газорідинні суміші з агресивними компонентами з урахуванням наявності зон із втратою герметичності та виявлення поширення шкідливих речовин в зоні, що оточує трубопровід при його розгерметизації.

### Висновки

У роботі розглянуто питання математичного моделювання процесу деформування трубопроводів, по яких здійснюється транспортування газорідинних сумішей з агресивними компонентами. Побудовано моделі процесу деформування трубопроводу за відомими переміщеннями певної множини точок поверхні. При побудові моделі процесу деформування не використовується інформація про характер, тривалість зусиль та навантажень, що діють на трубопровід. Побудовано закон руху трубопроводу з урахуванням деформації перерізів в трьох напрямках. Реалізовано математичну модель процесу обтікання деформованих перерізів трубопроводу з метою оцінки залежності аеродинамічних характеристик перерізів від їх просторової конфігурації, при цьому використовується апарат інтегральних рівнянь Фредгольма II роду.

### ЛІТЕРАТУРА

- [1] Неразрушающий контроль и диагностика: Справочник.–2-е изд. –М.: Машиностроение, 2003.
- [2] Мазур И.И. Безопасность трубопроводных систем.–М.: ИЦ «Елима», 2004.
- [3] Олійник А.П. Математичні моделі процесу квазістаціонарного деформування трубопроводних та промислових систем при зміні їх просторової конфігурації: Наукове видання: ІФНТУНГ, 2010.
- [4] Олійник А.П. Розроблення методики оцінки напружено-деформованого стану лінійних ділянок магістральних трубопроводів.–Методи та прилади контролю якості.–№1(38).–2017.
- [5] Победря Б.Е. Лекции по тензорному анализу.–М.: Из-во Московского университета, 1986.
- [6] Седов Л.И. Механика сплошных сред.–М.: Наука, 1984.–Т.2–572 с.
- [7] Тимошенко С.П. Теория упругости.–М.: Наука, 1975.–576с.
- [8] Марчук Г.И. Методы вычислительной математики: учебное пособие.–М.: Наука, 1989.
- [9] Самарский А.А. Численные методы.–М.: Наука, 1989.–432с.
- [10] Флетчер К. Численные методы на основе метода Галеркина.–М.: Мир, 1988.–352с.