Еталонна модель обертання вібраційного типу для відпрацювання алгоритмів визначення орієнтації

Гомозкова І.О., Плаксій Ю.А.
НТУ «Харківський політехнічний інститут»
м. Харків, Україна
arinhomozkova@gmail.com, plaksiy.yu@gmail.com

Анотація—Запропоновано модель обертання твердого тіла вібраційного типу, яка є новою трьохчастотною еталонною моделлю обертання твердого тіла і представлена у вигляді аналітичних залежностей для квазікоординат і відповідних компонент кватерніона орієнтації. Чисельні реалізації для неї отримано при кількох різних наборах частот. Також на отриманій моделі проведено дослідження алгоритму визначення кватерніону орієнтації шляхом чисельного аналізу оцінки похибки дрейфу при різних тактах зчитування інформації.

Ключові слова–кватерніон, вібрація, алгоритм визначення орієнтації, квазікоординати, кутова швидкість, дрейф.

Вступ

Задача визначення поточного положення рухомого об'єкта (РО) з достатньою точністю є актуальною для об'єктів різного призначення. Для її вирішення існує багато методів. Значне місце серед них займає інерціальна навігація, що дозволяє отримати рішення задачі автономно, за рахунок обробки даних, отриманих від датчиків, що встановлені на РО. Визначення поточної орієнтації об'єкта в безплатформених інерціальних навігаційних системах (БІНС) відбувається за рахунок реалізації в автономному обчислювачі певного алгоритму визначення кватерніонів орієнтації. Такі алгоритми орієнтовані на використання первинної інформації з датчиків, жорстко закріплених на корпусі РО. На сьогодні розроблено значну кількість алгоритмів визначення кватерніонів орієнтації різних порядків [1-4]. Процес вдосконалення застосування таких алгоритмів в різних умовах руху об'єкта є доволі актуальною задачею, оскільки дозволяє підвищувати точність визначення параметрів орієнтації РО. Для відпрацювання алгоритмів визначення орієнтації застосовують так звані тестові рухи. Вони являють собою еталонні моделі обертання твердого тіла, які основані на випадках точних розв'язків сукупності динамічних і кінематичних рівнянь обертання твердого тіла. За реальних умов, в багатьох випадках рух об'єкта суттєво відрізняється від класичних (моделі регулярної прецесії та конічного обертання) та є значно складнішим. А на точність отриманих даних вливає багато сторонніх факторів. В роботах [5-7] детально розглянуто вплив вібрації на точність визначення параметрів орієнтації в БІНС. Дія вібрації може суттєво спотворювати показання датчиків, що в свою чергу погіршує роботу алгоритму. При цьому, вібрація може мати як гармонійний характер, так і характер випадкового шуму. Тому розширення класу неперервних еталонних моделей для аналізу та відпрацювання алгоритмів на цих моделях є актуальною задачею.

Постановка задачі

Розглянемо процес визначення поточної орієнтації в БІНС у випадку, коли поточна інформація з датчиків кутової швидкості на такті обчислень $[t_n-1, t_n]$ отримано у вигляді квазікоординат (1):

$$\theta^*_{ni} = \int\limits_{t_{n-1}}^{t_n} \omega_i(t)\, dt,\ i = 1,2,3, \tag{1}$$

де $\omega_i(t)$, $i = 1,2,3$ – проекції вектора абсолютної кутової швидкості об'єкта $\vec{\omega}$ на осі зв'язаної системи координат.

На першому етапі будемо припускати, що сигнали від датчиків є ідеальними і не містять інструментальних похибок. При розробці неперервних еталонних моделей обертання твердого тіла прийнято застосовувати аналітичні представлення для компонент кватерніона орієнтації $\Lambda(t) = (\lambda_0(t), \lambda_1(t), \lambda_2(t), \lambda_3(t))^T$, для яких виконується умова нормування.

За оберненим кінематичним рівнянням (2), для заданого кватерніона орієнтації, знаходяться проекції вектора кутової швидкості обертального руху:

$$\omega(t) = 2\tilde{\Lambda}(t) \circ \dot{\Lambda}(t), \tag{2}$$

де $\omega(t) = (0, \omega_1(t), \omega_2(t), \omega_3(t))^T$;
$\tilde{\Lambda}(t) = (\lambda_0(t), -\lambda_1(t), -\lambda_2(t), -\lambda_3(t))^T$;
$\dot{\Lambda}(t) = d\Lambda(t)/dt$

В даній роботі запропоновано нову еталонну модель, яка основана на чотирьохастотній моделі [8] з урахуванням умови $\xi(t) = -\varsigma(t)$, тобто коли поворот на один з кутів відповідає куту для іншого пороту, але в протилежному напрямку.

Кватерніон орієнтації для даного випадку задано у вигляді (3):

$$\lambda_0(t) = cos\psi \cdot cos\varsigma \cdot cos\phi + sin\psi \cdot sin\varsigma \cdot sin\phi;$$
$$\lambda_1(t) = \cos^2\varsigma \cdot sin\phi + \sin^2\varsigma \cdot cos\phi;$$
$$\lambda_2(t) = cos\varsigma \cdot sin\varsigma \cdot (cos\phi - sin\phi);$$
$$\lambda_3(t) = sin\psi \cdot cos\varsigma \cdot cos\phi - cos\psi \cdot sin\varsigma \cdot sin\phi, \qquad (3)$$

де $\psi(t); \varsigma(t); \phi(t); \ \xi(t)$ – певні кути повороту (лінійно залежать від часу). Для отриманого кватерніона орієнтації (3), на основі оберненого кінематичного рівняння (2), за умови, що $\psi = k_1 t$; $\varsigma = k_2 t$; $\phi = k_3 t$, знайдено проекції вектора кутової швидкості у вигляді (4):

$$\omega_1(t) = \frac{1}{4}((k_1 - k_2)\cos((k_1 - k_2 - 2k_3)t) +$$
$$+\cos((k_1 + 3k_2 - 2k_3)t) - \cos((k_1 - k_2 + 2k_3)t) -$$
$$-\cos((k_1 + 3k_2 + 2k_3)t) + 2\sin((k_1 - k_2)t) -$$
$$-2\sin((k_1 + 3k_2)t) + 4k_2(\sin((k_1 + k_2 - 2k_3)t) +$$
$$+\sin((k_1 + k_2 + 2k_3)t) + 8k_3\cos((k_1 + k_2)t)));$$
$$\omega_2(t) = \frac{1}{4}(-2(k_1 - k_2)(\cos((k_1 - k_2)t) -$$
$$-\cos((k_1 + 3k_2)t)) + 8k_3\sin((k_1 + k_2)t) -$$
$$-4k_2(\cos((k_1 + k_2 - 2k_3)t) + \cos((k_1 + k_2 + 2k_3)t)) +$$
$$+(k_1 - k_2)(\sin((k_1 - k_2 - 2k_3)t) -$$
$$-\sin((k_1) - k_2 + 2k_3)t) - \sin((k_1 + 3k_2 + 2k_3)t) +$$
$$+\sin((k_1 + 3k_2 - 2k_3)t));$$
$$\omega_3(t) = k_1 + k_2 + \frac{1}{2}(k_1 - k_2)(cos(2(k_2 - k_3)t) +$$
$$+cos(2(k_2 + k_3)t)) - 2k_2 sin(2k_3 t), \qquad (4)$$

де k_1, k_2, k_3 – постійні частоти (різні між собою).

Таким чином, маємо аналітичну еталонну модель обертання твердого тіла, яка включає аналітичні вирази для квазікоординат і відповідну їм точну орієнтацію об'єкта. Якщо певним чином надати чисельних значень параметрам моделі k_1, k_2, k_3 можна реалізувати відповідні тестові рухи. В умовах, що розглядаються можна реалізувати модель вібраційного типу. На даній моделі було проведено оцінку точності для алгоритма визначення кватерніону орієнтації третього порядку [2]. Кватерніон повороту $\Delta\Lambda_n^* = \left(\Delta\lambda_{n0}^*, \Delta\vec{\lambda}_n^*\right)$ для такого алгоритму має вигляд:

$$\Delta\lambda_{n0}^* = 1 - \frac{1}{8}\theta_n^{*2},$$
$$\Delta\vec{\lambda}_n^* = \frac{1}{2}\vec{\theta}_n^*\left(1 - \frac{1}{24}\theta_n^{*2}\right) + \frac{1}{24}\left(\vec{\theta}_{n-1}^* \times \vec{\theta}_n^*\right), \qquad (5)$$

де $\theta_n^{*2} = \theta_{n1}^{*2} + \theta_{n2}^{*2} + \theta_{n3}^{*2}$.

Реалізація моделі вібраційного руху і оцінки точності алгоритма орієнтації

Реалізація отриманої трьохчастотної моделі здійснювалась на інтервалі часу 2000 секунд при кількох різних наборах параметрів k_1, k_2, k_3 заданих певним чином. За допомогою правильного підбору цих параметрів можна реалізувати рух під дією вібрації. Результати отримано у вигляді залежностей квазікоординат від часу, проекцій кутової швидкості від часу і траєкторій в конфігураційному просторі для праматерів орієнтації. На отриманих для проекцій вектору кутової швидкості реалізаціях видно, що графіки для кожної з компонент мають коливальний характер. В якості досліджуваного алгоритма було обрано алгоритм третього порядку точності. Проведене дослідження показало зв'язок точності визначення орієнтації алгоритма (5) з величиною такту зйому первинної інформації, який в кінцевому рахунку має залежність від параметрів моделі. Даються рекомендації щодо практичної реалізації обраного алгоритма в умовах обертання ід дією вібраційного фактору. Для оцінювання точності було використано наліз неусувної похибки обчисленого дрейфа. Показано, що при зменшенні такту, суттєво зменшується і накопичена похибка дрейфа на однакових інтервалах дослідження.

Висновки

Запропоновано нову неперервну еталонну модель обертання твердого тіла вібраційного типу, яка представляє собою трьохчастотну еталонну модель. Дану модель було чисельно реалізовано при кількох наборах параметрів. Показано, що проекції вектору кутової швидкості можуть мати коливальний характер. Аналіз алгоритму визначення кватерніонів орієнтації для даної моделі проведено шляхом оцінювання похибки дрейфу. Подальше дослідження проводилось на кількох алгоритмах визначення орієнтації 3-го та 4-го порядків для кількох наборів параметрів та різних тактів зйому інформації. Виявлено, що зменшення такту для даної моделі суттєво зменшує похибку на однакових інтервалах часу. З урахуванням того, що сучасні автономні обчислювачі є досить потужними, вимоги по їх навантаженню є не такими жорсткими, як раніше. Тому досить доречно застосовувати малі такти квантування для підвищення точності отриманих результатів при роботі БІНС в реальних умовах.

Література

[1] Бранец В.Н. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела.– М.: Наука, 1973.-320 с.

[2] Бранец В. Н. Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем.– М.: Наука, 1992.

[3] Панов А.П. Математические основы теории инерциальной навигации.– К.: Наук. думка, 1995. – 280 с.

[4] Savage P. G. Improved strapdown inertial system calibration procedures part 1 – procedures and accuracy analysis //Strapdown Associates, Inc., October 20, 2017

[5] Лобусов Е. С. Моделирование вибрационной обстановки на борту космического аппарата с оценкой кинематической погрешности определения его угловой ориентации. //Вестник МГТУ им.Н.Э. Баумана.– 2011.– №. 3.

[6] Погорелов С. Ю. Определение допустимых амплитуд вибраций для лазерной бесплатформенной инерциальной навигационной системы// Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка та міцність машин.–2003.

[7] Слюсарь В. М. Актуальные вопросы проектирования алгоритмов ориентации бесплатформенных инерциальных навигационных систем. Часть 1. Амплитудное расширение области применения алгоритмов // Гироскопия и навигация. – 2006.– №2.

[8] Плаксій Ю.А. Аналіз точності алгоритма орієнтації Р. Міллера на чотирьохчастотній еталонній моделі обертання твердого тіла // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях.– Х.: НТУ «ХПІ». – 2019.– №22 (1347).– С.82–88.