

Динаміка моделі транспортного робота з недіагональним тензором інерції

Ащепкова Н.С.
ДНУ ім. О. Гончара
м. Дніпро, Україна
ashchepkovanatalya@gmail.com

Збруцький О.В.
КПІ ім. І. Сікорського
м. Київ, Україна
zbrutsky@cisavd.kpi.ua

Анотація—Представлено результати дослідження динаміки транспортного робота з недіагональним тензором інерції. Розглянуто повнопривідну модель з чотирьохколійною компоновкою шасі. На етапі динамічного моделювання розглянуто сили і моменти, які діють на окреме колесо. Складено математичну модель керованого руху транспортного робота. Здійснено математичне моделювання керованого руху транспортного робота з недіагональним тензором інерції.

Ключові слова—транспортний робот, шасі, модель, динаміка.

ВСТУП

Транспортний робот, як об'єкт керування, це – багатоканальна, багатозв'язна, суттєво нелінійна динамічна система [1-3]. Дослідженнями динаміки й керування транспортними роботами займалися С.Ф. Бурдаков, І.В. Мирошник, Є.І. Юревіч, Ю.Г. Мартиненко, Б.В. Топчієв та інші. Врахування нелінійності та багатозв'язності системи керування здійснено лише для часткових рішень [2, 3]. Для автономного робота з адаптивною системою керування, який діє у наперед не визначених умовах зовнішнього середовища, рушійна система має бути відпрацьована на моделі [4-5]. При проектуванні автономного робота економічно доцільно проводити не лише математичне, але й імітаційне моделювання [4].

МЕТА, ОБ'ЄКТ ТА МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Мета дослідження полягає у підвищенні ефективності використання автономного транспортного робота, який діє у наперед не визначених умовах зовнішнього середовища. Об'єкт дослідження: транспортний робот, тобто керований колісний візок, оснащений рухомими пристроями (маніпулятор, камера, мікрофон, дозиметр і т. ін.) [5]. Відносний рух навісного обладнання обумовлює недіагональність та нестационарність тензору інерції робота [5]. Система керування дозволяє роботу рухатися у обмеженому просторі за заданою траєкторією з використанням GPS навігації або орієнтуванням по карті чи маякам. В межах робочої зони можливі перешкоди, які мають бути подолані з найменшим відхиленням від заданого маршруту [4]. Методи дослідження: сформульовані в роботі висновки і рекомендації

базуються на фундаментальних положеннях теоретичної механіки, теорії диференціальних рівнянь і теорії керування.

ДИНАМІЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

Аналіз сил й моментів, що діють на колесо робота та рівняння руху окремого навантаженого колеса наведено у [5]. Розглянемо сили й моменти, що діють на колесо моделі робота (рис. 1) у випадку, коли $N_k \geq P_k$.

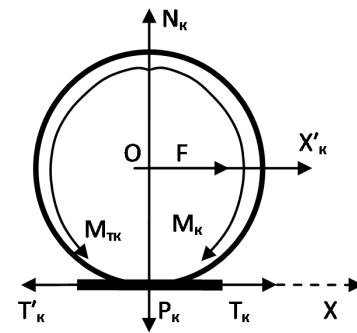


Рис. 1. Сили й моменти, що діють на колесо

Спрямуємо вісь X уздовж горизонтального шляху. Складемо диференціальні рівняння руху колеса. Якщо до осі колеса прикладені зовнішні сили й моменти (рис. 1) рівняння руху мають вигляд:

$$m_k \ddot{x}_k = F - T_k^i + T_k,$$

$$J_\Sigma \ddot{\alpha}_k = (T_k - T_k^i) r_k - M_\Sigma,$$

де m_k – маса колеса, r_k – радіус колеса, k – коефіцієнт опору коченню, ω_k – кутова швидкість колеса, F – зовнішня сила, T_k – сила тертя, J_Σ – сумарний момент інерції колеса, P_k – вага колеса, N_k – нормальна реакція дороги, M – зовнішній момент, M_{tk} – момент тертя катання $M_{tk} = kN_k$, M_k – обертальний момент прикладений до приводного колеса. Момент M_k створюється електродвигуном, який передає обертання колесу через редуктор з передатним співвідношенням η ($\eta < 1$), $J_\Sigma = J_k + J_g$, де J_Σ – момент інерції, J_k – момент інерції колеса, J_g – момент інерції ротора електродвигуна, наведений до колеса.

Якщо колесо котиться без ковзання, точка торкання колеса з дорогою є миттєвим центром

швидкостей у русі колеса, тоді сила тертя T_k та прискорення \dot{x}_k обчислюються за формулами [6].

$$T_k - T_k^i = \frac{m_k r_k M_\Sigma - J_\Sigma F}{m_k r_k^2 + J_\Sigma},$$

$$\ddot{x}_k = \frac{F - T_k + T_k^i}{m_k} = \frac{r_k (M_\Sigma + r_k F)}{m_k r_k^2 + J_\Sigma}.$$

Для відсутності ковзання необхідно, щоб виконувались умови $T_k^i < \dot{x}_k r_k$, $T_k \leq f P_k$, де f – коефіцієнт тертя між колесом і дорогою; якщо $T_k^i \geq \dot{x}_k r_k$ то буде спостерігатися буксування колеса.

Якщо розглянуте колесо належить моделі робота, то сила F відбиває вплив моделі робота на окреме колесо $F = T_{CP} - T_{ki}$ де T_{CP} – середня рушійна сила колеса $T_{CP} = \sum_{i=1}^4 \frac{T_{ki}}{4}$.

Динаміка поступального руху робота з недиагональним тензором інерції

Розглянемо модель автономного транспортного робота з маніпулятором (рис. 2). Введемо наступні праві системи координат: $O_0 X_0 Y_0 Z_0$ – інерціальна; $M X_M Y_M Z_M$ – рухома базова система координат, початок якої зв'язаний з точкою M – центром мас платформи, а осі співпадають з головними центральними осями інерції платформи, причому вісь $M Z_M$ перпендикулярна площині руху платформи та співпадає з місцевою вертикаллю й спрямована вгору до диску маніпулятора, вісь $M X_M$ розташована в площині руху платформи й направлена в напрямку руху.

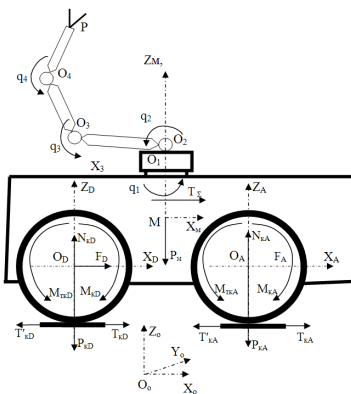


Рис. 2. Модель автономного транспортного робота з маніпулятором

У випадку, коли модель – повнопривідна, тобто сили й моменти, які діють на кожне колесо однакові (рис. 2.), рівняння руху моделі робота мають вигляд:

$$\frac{d^2}{dt^2} (m_M x_M) = T_\Sigma,$$

$$\frac{d}{dt} (J_M \omega_M + J_\Sigma \omega_{ki}) = T_{ki} r_k + M_{\Sigma i} + M_M, \quad (1)$$

де m_M – маса робота, T_Σ – сумарна сила тертя коліс: $T_\Sigma = \sum_{i=1}^4 T_{ki}$, T_{ki} – рушійна сила i -го колеса, J_M – тензор інерції робота відносно базової

системи координат, $M_{\Sigma i}$ – рушійний момент i -го колеса, M_M – обертальний момент робота відносно базової системи координат.

Якщо під час руху маса робота змінюється, тобто $m_M = m_M(t)$, а тензор інерції J_M нестационарний і недиагональний, то система рівнянь (1) має вигляд:

$$\frac{d^2}{dt^2} m_M + 2 \frac{d}{dt} m_M \frac{d}{dt} x_M + \frac{d^2}{dt^2} x_M = T_\Sigma,$$

$$\frac{d}{dt} J_M \omega_M + J_M \frac{d}{dt} \omega_M + \frac{d}{dt} J_\Sigma \omega_{ki} + J_\Sigma \frac{d}{dt} \omega_{ki} = T_{ki} r_k + M_{\Sigma i} + M_M. \quad (2)$$

Математична модель динаміки транспортного робота з недиагональним тензором інерції складається з системи рівнянь (2), доповненою для кожного колеса: 1) рівнянням ланцюга статора двигуна $L_{CT} \frac{d}{dt} J_{CT} + R_{CT} J_{CT} + C_\Sigma \omega_g = U_g$, де L_{CT} – індуктивність обмотки статора, R_{CT} – опір обмотки статора, J_{CT} – струм обмотки статора, ω_g – кутова швидкість обертання ротора, $M_g = C_M J_{CT}$ – обертаючий момент двигуна; 2) рівнянням обертання колеса $M_k = \frac{\mu}{\eta} M_g$, де μ – ККД редуктора, η – коефіцієнт редукції ($\eta < 1$); 3) рівнянням рушійної сили колеса $T_{ki} = \frac{m_M r_k M_{\Sigma i}}{m_M r_k^2 - 4 J_\Sigma}$; 4) рівнянням лінійної швидкості колеса $\dot{x}_{Mk} = \int x_{Mk} dt$; 5) рівнянням кутової швидкості колеса $\omega_k = -\frac{\dot{x}_{Mk}}{r_k}$; 6) рівнянням кутової швидкості вихідного вала двигуна $\omega_g = \frac{\omega_k}{r}$; 7) рівнянням зворотного зв'язку $U_{OC} = K_{OC} \omega$.

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

Розроблене авторами програмне забезпечення дозволяє моделювати динаміку моделі автономного транспортного робота для різних законів руху коліс із урахуванням потужності приводів, коефіцієнтів тертя й особливостей конструкції.

Висновки

Наведено результати дослідження динаміки транспортного робота методами математичного та імітаційного моделювання. Розглянуто повнопривідну модель з чотирьохколісною компоновкою шасі. На етапі динамічного моделювання розглянуто сили і моменти, які діють на окреме колесо. Складено математичну модель керованого руху транспортного робота. Здійснено математичне моделювання керованого руху транспортного робота з недиагональним тензором інерції.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] Воробьев Е.И. Механика промышленных роботов. Кн.1. Кинематика и динамика: учеб. пособие.– К.: Вища школа, 1988. – 304 с.
- [2] Шахингур М. Курс робототехники.– М.: Мир, 1990.
- [3] Юревич Е.И. Основы робототехники: учеб. пособие.– СПб.: ВХВ-Петербург, 2017. – 304 с.
- [4] Ащепкова Н.С. Розробка адаптивної системи керування моделі робота-навантажувача на базі Lego Mindstorms NXT // Технологический аудит и резервы производства. – 2015. – vol. 5/6 (25).
- [5] Ащепкова Н.С. Динаміка моделі транспортного робота при поворотах // Science and education a new dimension.– 2018.– vol. 19, is. 171.